



Cuma, 8 Nisan, 2022

Soru 1. Dar açılı bir ABC üçgeninde $|BC| < |AB|$ ve $|BC| < |CA|$ dir. $[AB]$ kenarı üzerinde bir P ve $[AC]$ kenarı üzerinde bir Q noktası $P \neq B$, $Q \neq C$ ve $|BQ| = |BC| = |CP|$ olacak şekilde alınıyor. APQ üçgeninin çevrel çemberinin merkezi T , ABC üçgeninin diklik merkezi H , BQ ve CP doğrularının kesişim noktası S olsun. T , H ve S noktalarının aynı doğru üzerinde olduklarını gösteriniz.

Soru 2. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ tüm pozitif tam sayılar kümesi olsun. Tüm a ve b pozitif tam sayıları için

(1) $f(ab) = f(a)f(b)$ ve

(2) $f(a)$, $f(b)$ ve $f(a + b)$ sayılarının en az ikisi eşittir

koşullarının her ikisini sağlayan bütün $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ fonksiyonlarını bulunuz.

Soru 3. Pozitif tam sayılardan oluşan sonsuz a_1, a_2, \dots dizisinde

(1) a_1 tam kare ve

(2) her $n \geq 2$ tam sayısı için a_n ,

$$na_1 + (n - 1)a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n$$

ifadesini tam kare yapan en küçük pozitif tam sayı ise

bu diziye *iyi* dizi diyelim. İspat ediniz ki, her a_1, a_2, \dots iyi dizisi için öyle bir k pozitif tam sayısı vardır ki tüm $n \geq k$ tam sayıları için $a_n = a_k$ olsun.