



პარასკევი, 8 აპრილი, 2022

ამოცანა 1. მახვილკუთხა ABC სამკუთხედში $BC < AB$ და $BC < AC$. P წერტილი მდებარეობს AB გვერდზე და Q წერტილი მდებარეობს AC გვერდზე ისე, რომ $P \neq B$, $Q \neq C$ და $BQ = BC = PC$. T წერტილი არის APQ სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის ცენტრი, H არის ABC სამკუთხედის ორთოცენტრი და S არის BQ და CP წრფეების გადაკვეთის წერტილი. დაამტკიცეთ, რომ T , H და S წერტილები ერთ წრფეზეა.

ამოცანა 2. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ არის მთელი დადებითი რიცხვების სიმრავლე. იპოვეთ ყველა ფუნქცია $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ისეთი, რომ ყოველი მთელი დადებითი a და b რიცხვებისთვის სრულდება შემდეგი ორი პირობა:

(1) $f(ab) = f(a)f(b)$, და

(2) $f(a)$, $f(b)$ და $f(a + b)$ რიცხვებიდან მინიმუმ ორი ერთმანეთის ტოლია.

ამოცანა 3. მთელი დადებითი რიცხვების უსასრულო მიმდევრობა a_1, a_2, \dots არის კარგი, თუ

(1) a_1 არის სრული კვადრატი, და

(2) ნებისმიერი მთელი $n \geq 2$ რიცხვისთვის, a_n არის მინიმალური მთელი დადებითი რიცხვი ისეთი, რომ

$$na_1 + (n - 1)a_2 + \dots + 2a_{n-1} + a_n$$

არის სრული კვადრატი.

დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი კარგი a_1, a_2, \dots მიმდევრობისთვის არსებობს მთელი დადებითი რიცხვი k ისეთი, რომ $a_n = a_k$ ყოველი მთელი $n \geq k$ -სთვის.

Language: Georgian

დრო: 4 საათი და 30 წუთი
თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით

იმისთვის, რომ დაცული იქნას სამართლიანობა, გთხოვთ ამოცანები არ გააჟღეროთ (ინტერნეტით, სოციალური მედიით და ა.შ.) 10 აპრილის 02:00 საათამდე.