Language: **Bosnian**

Day: **1**

Petak, 8. april 2022.

Zadatak 1. Neka je ABC oštrougli trougao u kojem je $BC < AB$ i $BC < CA$. Tačka P je na duži AB, a tačka Q na duži AC, tako da vrijedi $P \neq B$, $Q \neq C$ i $BQ = BC = CP$. Neka je T centar opisane kružnice trougla APQ, H ortocentar trougla ABC, a S tačka presjeka pravih BQ i CP. Dokazati da su tačke T, H i S kolinearne.

Zadatak 2. Neka je $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ skup prirodnih brojeva. Naći sve funkcije $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ takve da za sve prirodne brojeve a i b vrijede sljedeći uslovi:

(1) $f(ab) = f(a)f(b)$;

(2) bar dva od brojeva $f(a)$, $f(b)$ i $f(a + b)$ su jednaka.

Zadatak 3. Beskonačni niz prirodnih brojeva $a_1, a_2, \dots$ zovemo *dobar* ako vrijedi:

(1) a_1 je potpun kvadrat;

(2) za svaki prirodan broj $n \geq 2$, a_n je najmanji prirodan broj takav da je broj

$$na_1 + (n-1)a_2 + \ldots + 2a_{n-1} + a_n$$

potpun kvadrat.

Dokazati da za svaki dobar niz $a_1, a_2, \dots$, postoji prirodan broj k takav da je $a_n = a_k$ za sve prirodne brojeve $n \geq k$.

Language: Bosnian

Vrijeme izrade: 4 sata i 30 minuta

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova

Da bi ovo bilo fer takmičenje i da bi svi mogli uživati u njemu, molimo vas da ne objavljujete ili spominjete zadatke na internetu ili društvenim mrežama do subote, 9. aprila do 23:59.