Language: **Albanian**

Day: **1**

E premte, 8 Prill 2022

Problemi 1. Në trekëndëshin këndngushtë ABC kemi $BC < AB$ dhe $BC < CA$. Pika P ndodhet në segmentin AB dhe pika Q ndodhet në segmentin AC dhe janë të tilla që $P \neq B$, $Q \neq C$ dhe $BQ = BC = CP$. Shënohet me T qendra e rrethit të jashtëshkruar trekëndëshit APQ, H ortoqendra (pikëprerja e lartësive) e trekëndëshit ABC, dhe S pikëprerja e drejtëzave BQ dhe CP. Vërtetoni që pikat T, H dhe S janë kolineare.

Problemi 2. Jepet $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ bashkësia e numrave të plotë pozitivë. Gjeni të gjithë funksionet $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ të tillë që për çdo dy numra të plotë pozitivë a dhe b, vlejnë kushtet e mëposhtme:

(1) $f(ab) = f(a)f(b)$, dhe

(2) të paktën dy prej numrave $f(a)$, $f(b)$ dhe $f(a + b)$ janë të barabartë.

Problemi 3. Një varg i pafundëm numrash të plotë pozitivë $a_1, a_2, \ldots$ quhet *i mirë* në qoftë se

(1) a_1 është katror i plotë, dhe

(2) për çdo numër të plotë $n \geq 2$, a_n është numri i plotë pozitiv më i vogël që

$$na_1 + (n-1)a_2 + \ldots + 2a_{n-1} + a_n$$

është katror i plotë.

Vërtetoni që për çdo varg të mirë $a_1, a_2, \ldots$, gjendet një numër i plotë pozitiv k i tillë që $a_n = a_k$ për të gjithë numrat e plotë $n \geq k$.

Koha: 4 orë dhe 30 minuta
Secili problem vlen 7 pikë

Për të realizuar një konkurs të drejtë dhe të këndshëm për të gjithë, ju lutemi të mos përmendni apo i referoni problemat në internet apo në media sociale deri të Diel datë 10 Prill, 00:00.