



12 Nisan, Pazartesi, 2021

Soru 4. Bir ABC üçgeninin iç teğet merkezi I ve $[BC]$ kenarı üzerinde alınan bir nokta D olsun. D noktasından geçen ve BI doğrusuna dik olan doğru CI doğrusunu E noktasında kesiyor. D noktasından geçen ve CI doğrusuna dik olan doğru BI doğrusunu F noktasında kesiyor. A noktasının EF doğrusuna göre simetriğinin BC doğrusu üzerinde bulunduğunu gösteriniz.

Soru 5. Bir düzlemdeki bir O noktası orijin olarak tanımlanmıştır. Bu düzlemdeki 2021 noktadan oluşan bir P kümesinde

- (i) P nin herhangi üç noktası aynı doğru üzerinde değildir
- (ii) P nin herhangi iki noktası orijinden geçen bir doğru üzerinde değildir.

O noktası, köşeleri P kümesinin elemanları olan bir üçgenin iç bölgesindeyse, bu üçgene *şişman* üçgen diyelim. Şişman üçgen sayısının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

Soru 6. m ve n pozitif tam sayılar olmak üzere,

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

denkleminin bir a negatif olmayan tam sayısı için bir milyondan fazla farklı (m, n) çözümü olabilir mi?

x bir gerçel sayı olmak üzere, $\lfloor x \rfloor$ ile x den büyük olmayan en büyük tam sayıyı gösteriyoruz. Buna göre, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ ve $\lfloor 0 \rfloor = 0$.