EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Norwegian**

Day: 2

*Mandag 12. april, 2021*

**Oppgave 4.** La $ABC$ være en trekant med innsenter $I$ og la $D$ være et vilkårlig punkt på siden $BC$. La linja gjennom $D$ som står vinkelrett på $BI$ skjære $CI$ i punktet $E$. La linja gjennom $D$ som står vinkelrett på $CI$ skjære $BI$ i punktet $F$. Vis at speilingen av $A$ om linjen $EF$ ligger på linjen $BC$.

**Oppgave 5.** Et plan har et spesielt punkt $O$ kalt origo. La $P$ være en mengde med 2021 punkter i planet slik at

(i) ingen tre punkter i $P$ ligger på linje og

(ii) ingen to punkter i $P$ ligger ligger på en linje gjennom origo.

En trekant med hjørner i $P$ er *feit* dersom $O$ ligger på innsiden av trekanten. Finn det største antallet feite trekanter.

**Oppgave 6.** Finnes det et ikkenegativt heltall $a$ der ligningen

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

har mer enn en million ulike løsningner $(m, n)$ der $m$ og $n$ er positive heltall?

*Uttrykket* $\lfloor x \rfloor$ *betegner heltallsdelen av det reelle tallet* $x$. *Altså er* $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ *og* $\lfloor 0 \rfloor = 0$.

Language: Norwegian

Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng

**For å gjøre dette til en rettferdig konkurranse for alle ber vi om at du ikke nevner eller snakker om oppgavene på internett eller sosiale medier før tirsdag 13. april, 14:00.**