



Понеделник, 12 Април, 2021

Задача 4. Нека ABC е триаголник чиј центар на впишана кружница е точката I и нека D е произволна точка од страната BC . Низ точката D е повлечена нормалата кон правата BI која ја сече правата CI во точка E . Низ точката D е повлечена и нормалата кон правата CI и истата ја сече правата BI во точка F . Докажи дека симетричната точка на точката A , во однос на правата EF , лежи на правата BC .

Задача 5. Во рамнина е избрана специјална точка O наречена почеток. Нека P е множество од 2021 точка во таа рамнина за кои важи

- (i) ниједни три точки од множеството P не лежат на иста права и
- (ii) ниједни две точки од множеството P не лежат истовремено на права која минува низ почетокот O .

Триаголник со темиња во множеството P е *дебел* ако точката O се наоѓа строго во внатрешноста на триаголникот. Најди го максималниот број на дебел триаголници во рамнината.

Задача 6. Дали постои ненегативен цел број a за кој равенката

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

има повеќе од еден милион различни решенија (m, n) , за m и n природни броеви?

Ознаката $\lfloor x \rfloor$ означува цел дел од реалниот број x (или најголемиот цел број помал или еднаков на реалниот број x). Така на пример, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ и $\lfloor 0 \rfloor = 0$.