



*Pirmdien, 2021. gada 12. aprīlī.*

**4. uzdevums.** Trijstūra  $ABC$  ievilktais riņķa līnijas centrs ir  $I$ , uz malas  $BC$  atlikts patvaļīgs punkts  $D$ . Taisne, kas vilkta caur punktu  $D$  un ir perpendikulāra  $BI$ , krusto  $CI$  punktā  $E$ . Taisne, kas vilkta caur punktu  $D$  un ir perpendikulāra  $CI$ , krusto  $BI$  punktā  $F$ . Pierādīt, ka punktam  $A$  simetrisks punkts attiecībā pret  $EF$  atrodas uz taisnes  $BC$ .

**5. uzdevums.** Plaknē atrodas īpašs punkts  $O$ , ko sauc par sākumpunktu. Dots, ka  $P$  ir tāda 2021 punktu kopa plaknē, ka

(i) nekādi trīs punkti no  $P$  neatrodas uz vienas taisnes,

(ii) nekādi divi punkti no  $P$  neatrodas uz taisnes, kas iet caur sākumpunktu.

Trijstūris ar virsotnēm no  $P$  ir *resns*, ja punkts  $O$  atrodas trijstūra iekšpusē un neatrodas uz trijstūra malām. Noteikt lielāko resnu trijstūru skaitu.

**6. uzdevums.** Vai eksistē tāds nenegatīvs vesels skaitlis  $a$ , ar kuru vienādojumam

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

ir vairāk nekā viens miljons dažādu atrisinājumu  $(m, n)$ , ja  $m$  un  $n$  ir naturāli skaitļi?

*Piezīme.* Ar  $\lfloor x \rfloor$  apzīmē reāla skaitļa  $x$  veselo daļu. Piemēram,  $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$ ,  $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$ ,  $\lfloor 42 \rfloor = 42$  and  $\lfloor 0 \rfloor = 0$ .