



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Kazakh

Day: 2

Дүйсенбі, 12 сәуір 2021 ж.

Есеп 4. I нүктесі ABC үшбұрышына іштей сызылған шеңбер центрі, ал D нүктесі BC қабырғасындағы кез келген нүкте. D нүктесі арқылы өтетін және BI түзуіне перпендикуляр түзу CI түзуін E , ал D нүктесі арқылы өтетін және CI түзуіне перпендикуляр түзу BI түзуін F нүктеде қияды. A нүктесіне EF түзуіне қарағандағы симметриялы нүкте BC түзуінің бойында жатқанын дәлелдеңіздер.

Есеп 5. Жазықтықта O нүктесі белгіленген, оны бас нүкте деп атайық. Осы жазықтықта келесі шарттарды қанағаттандыратын 2021 нүктеден тұратын P жиынын қарастырайық

- (i) P -ның ешқандай үш нүктесі бір түзудің бойында жатпайды және
- (ii) P -ның екі нүктесін қосатын ешқандай түзу бас нүкте арқылы өтпейді.

Егер O нүктесі P -ның үш нүктесі құрайтын үшбұрыштың ішінде (қатаң түрде) жатса, ондай үшбұрышты *толық* үшбұрыш деп атайық. Жазықтықта ең көп дегенде қанша үшбұрыш толық болуы мүмкін?

Есеп 6. $\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$ теңдеуінің әртүрлі (m, n) шешімдерінің саны $(m, n - \text{натурал сандар})$ бір миллионнан асатындай, теріс емес бүтін a саны табылады ма?

x санының бүтін $\lfloor x \rfloor$ бөлігі деп, x санынан аспайтын ең үлкен бүтін санды айтамыз. Мысалға $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ және $\lfloor 0 \rfloor = 0$.

Language: Қазақ

Жұмыс уақыты – 4 сағат 30 минут
Әр есеп 7 ұпайға бағаланады

Олимпиада әділ өтілуі үшін есептер жайлы интернетте 13 сәуірдің 18:00-ге дейін (Алматы уақыты) ештеңе жазбаңыздар.