



יום שני, 12 באפריל, 2021

שאלה 4. יהא ABC משולש עם מרכז מעגל חסום I , ותהא D נקודה כלשהי על הצלע BC . נסמן ב- E את נקודת החיתוך של הישר CI עם האנך מ- D ל- BI . נסמן ב- F את נקודת החיתוך של הישר BI עם האנך מ- D ל- CI . הוכיחי כי השיקוף של A ביחס לישר EF נמצא על הישר BC .

שאלה 5. במישור יש נקודה מיוחדת O אשר נקראת הראשית. תהא P קבוצה של 2021 נקודות במישור המקיימת

(i) אף שלוש נקודות של P אינן נמצאות על ישר אחד, וכן

(ii) אף שתי נקודות של P אינן נמצאות על ישר אחד עם הראשית.

משולש שכל קודקודיו שייכים ל- P ייקרא שמן אם O נמצאת ממש בתוך המשולש. מצאי את המספר הגדול ביותר האפשרי של משולשים שמנים.

שאלה 6. האם קיים מספר שלם אי-שלילי a עבורו למשוואה

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

יש יותר ממיליון פתרונות שונים (m, n) עם m, n שלמים חיוביים?

(הביטוי $[x]$ מסמן את החלק השלם של מספר ממשי x . כך $[\sqrt{2}] = 1$, $[22/7] = 3$, $[\pi] = 3$, $[42] = 42$ ו- $[0] = 0$.)

Language: Hebrew

משך הבחינה 4 שעות ו-30 דקות
כל שאלה שווה 7 נקודות

על מנת שהתחרות תהיה הוגנת ומהנה עבור כולן, אנא אל תצייני או תתייחסי לשאלות באינטרנט או ברשתות החברתיות עד ליום שלישי ה-13 באפריל, בשעה 15:00 (שעון ישראל).