EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **German**

Day: **2**

Montag, 12. April 2021

Aufgabe 4. Sei ABC ein Dreieck mit Inkreismittelpunkt I und sei D ein beliebiger Punkt auf der Seite BC. Die Senkrechte auf BI durch D schneide CI in E. Die Senkrechte auf CI durch D schneide BI in F. Zeige, dass die Spiegelung von A an der Geraden EF auf der Geraden BC liegt.

Aufgabe 5. Eine Ebene hat einen speziellen Punkt O namens Ursprung. Sei P eine Menge von 2021 Punkten in der Ebene, so dass

(i) keine drei Punkte aus P auf einer Geraden liegen und

(ii) keine zwei Punkte aus P auf einer Geraden durch den Ursprung liegen.

Ein Dreieck mit Ecken in P heiße (heisse) *fett*, falls O innerhalb des Dreiecks liegt. Bestimme die maximale Anzahl fetter Dreiecke.

Aufgabe 6. Existiert eine nicht-negative ganze Zahl a, für welche die Gleichung

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

mehr als eine Million verschiedene Lösungen (m, n) mit positiven ganzen Zahlen m und n hat?

Der Ausdruck $\lfloor x \rfloor$ bezeichnet die größte (grösste) ganze Zahl, welche nicht größer (grösser) als die reelle Zahl x ist. Das heißt (heisst) $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ and $\lfloor 0 \rfloor = 0$.

Language: German

Zeit: 4 Stunden und 30 Minuten
Jede Aufgabe ist 7 Punkte wert.

Um einen fairen und unterhaltsamen Wettbewerb für alle zu gewährleisten, dürfen diese Aufgaben nicht vor Dienstag, 13. April 14:00 mitteleuropäischer Sommerzeit im Internet oder in sozialen Netzwerken erwähnt oder diskutiert werden.