EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Dutch**

Day: **2**

Maandag 12 april 2021

Opgave 4. Laat $\triangle ABC$ een driehoek zijn en I het middelpunt van zijn ingeschreven cirkel. Laat D een willekeurig punt op zijde BC zijn. De lijn (rechte) door D loodrecht op BI snijdt CI in E. De lijn (rechte) door D loodrecht op CI snijdt BI in F. Bewijs dat het spiegelbeeld van A in de lijn (rechte) EF op de lijn (rechte) BC ligt.

Opgave 5. Een vlak heeft een speciaal punt O dat de oorsprong genoemd wordt. Laat P een verzameling zijn van 2021 verschillende punten in het vlak zodat

(i) er geen 3 punten in P zijn die op één lijn (rechte) liggen en

(ii) er geen 2 punten in P zijn die op één lijn (rechte) door de oorsprong O liggen.

Een driehoek met hoekpunten in P heet *dik* als de oorsprong O (strikt) binnen de driehoek ligt. Bepaal het maximale aantal dikke driehoeken.

Opgave 6. Bestaat er een geheel getal $a \geq 0$ zodat de vergelijking

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

meer dan 1 miljoen verschillende oplossingen (m, n) heeft waarbij m en n (strikt) positieve gehele getallen zijn?

De entier $\lfloor x \rfloor$ van een reeël getal x is het grootste gehele getal kleiner dan of gelijk aan x. Dus $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ en $\lfloor 0 \rfloor = 0$.

Language: Dutch

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard

Om de wedstrijd voor iedereen eerlijk en leuk te houden, is het verboden om op sociale media of op het internet de opgaven te publiceren of om daar naar de opgaven te verwijzen tot en met dinsdag 13 april 14:00 (Nederlandse tijd).