EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Danish**

Day: 2

Mandag d. 12. april 2021

Opgave 4. Lad ABC være en trekant, I være centrum for den indskrevne cirkel og D være et vilkårligt punkt på siden BC. Lad linjen gennem D vinkelret på BI skære CI i E. Lad linjen gennem D vinkelret på CI skære BI i F. Vis at spejlingen af A i linjen EF ligger på linjen BC.

Opgave 5. Et plan har et særligt punkt O der kaldes origo. Lad P være en mængde af 2021 punkter i planet så

(i) der ikke findes tre punkter i P der ligger på linje

(ii) der ikke findes to punkter i P der ligger på en linje gennem origo.

En trekant med hjørner i P kaldes *fed* hvis O ligger strengt inden i trekanten. Bestem det højst mulige antal fede trekanter.

Opgave 6. Findes der et ikke-negativt helt tal a for hvilket ligningen

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

har mere end en million forskellige løsninger (m, n) hvor m og n er positive heltal?

Udtrykket $\lfloor x \rfloor$ angiver heltalsdelen af det reelle tal x. For eksempel er $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ og $\lfloor 0 \rfloor = 0$.

Language: Danish

Varighed: 4.5 timer
Hver opgave er 7 point værd

For at sikre en fair konkurrence for alle må du ikke omtale eller henvise til opgaverne på internettet eller sociale medier før tirsdag d. 13. april klokken 14:00 dansk tid.