



ponedjeljak, 12. april, 2021

Zadatak 4. Neka je ABC trougao sa centrom upisane kružnice u tački I i neka je D proizvoljna tačka na stranici BC . Prava kroz D okomita na BI siječe CI u E . Prava kroz D okomita na CI siječe BI u F . Dokazati da refleksija tačke A preko prave EF leži na pravoj BC .

Zadatak 5. Ravan ima specijalnu tačku O zvanu ishodište. Neka je P skup od 2021 tačaka u ravni takvih da

- (i) nikoje tri tačke u P ne leže na istoj pravoj i
- (ii) nikoje dvije tačke u P ne leže na pravoj koja prolazi kroz ishodište.

Trougao sa vrhovima u skupu P je *debeo* ako se tačka O nalazi strogo unutar tog trougla. Naći maksimalan broj debelih trouglova.

Zadatak 6. Da li postoji nenegativni cijeli broj a za koji jednačina

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \cdots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a$$

ima više od milion različitih rješenja (m, n) pri čemu su m i n prirodni brojevi?

Izraz $\lfloor x \rfloor$ označava cijeli dio realnog broja x . Dakle, $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$, $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$, $\lfloor 42 \rfloor = 42$ i $\lfloor 0 \rfloor = 0$.