



*E hënë, 12 prill 2021*

## Dita e dytë

**Detyra 4.** Le të jetë  $ABC$  trekëndësh me qendër të rrethit të brendashkruar  $I$  dhe le të jetë  $D$  një pikë e çfarëdoshme në brinjën  $BC$ . Drejtëza që kalon nëpër  $D$  normale me  $BI$  le të pret  $CI$  në  $E$ . Drejtëza që kalon nëpër  $D$  normale me  $CI$  le të pret  $BI$  në  $F$ . Tregoni se reflektimi i  $A$  në drejtëzën  $EF$  i takon drejtëzës  $BC$ .

**Detyra 5.** Një rrafsh ka një pikë të veçantë  $O$  që quhet origjinë. Le të jetë  $P$  bashkësia e 2021 pikave në rrafsh të tilla që:

- (i) asnjë treshe e pikave në  $P$  nuk shtrihet në një drejtëz dhe
- (ii) asnjë dyshe e pikave në  $P$  nuk shtrihet në një drejtëz që kalon nëpër origjinë.

Një trekëndësh me kulme në  $P$  është *i trashë* nëse  $O$  është rigorozisht brenda trekëndëshit. Gjeni numrin më të madh të trekëndëshave të trashë.

**Detyra 6.** A ekziston numri i plotë jo-negativ  $a$  për të cilin barazimi

$$\left\lfloor \frac{m}{1} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{m}{3} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor \frac{m}{m} \right\rfloor = n^2 + a,$$

ka më shumë se një milion zgjidhje të ndryshme  $(m, n)$  ku  $m$  dhe  $n$  janë numra të plotë pozitivë?

*Shprehja  $\lfloor x \rfloor$  paraqet pjesën e plotë të numrit real  $x$ . Kështu për shembull  $\lfloor \sqrt{2} \rfloor = 1$ ,  $\lfloor \pi \rfloor = \lfloor 22/7 \rfloor = 3$ ,  $\lfloor 42 \rfloor = 42$  dhe  $\lfloor 0 \rfloor = 0$ .*

Gjuha: Shqipe

Koha: 4 orë e 30 minuta  
Secila detyrë vlerësohet me 7 pikë

**Në mënyrë që gara të jetë fer dhe që të gjithë ta përjetojnë atë, ju lutem mos i diskutoni e as mos i paraqitni detyrat në internet ose në mediat sociale deri të enjten më 13 prill ora 14:00.**