



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Ukrainian

Day: 1

11 квітня 2021

Задача 1. Відомо, що число 2021 є фантастичним. Для кожного натурального m справджується таке твердження: якщо хоча б один елемент множини $\{m, 2m + 1, 3m\}$ є фантастичним, то й усі інші елементи цієї множини є фантастичними. Чи правильно, що число 2021^{2021} є фантастичним?

Задача 2. Знайдіть усі функції $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ такі, що рівність

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

справджується при всіх раціональних x та y .

Тут через \mathbb{Q} позначено множину усіх раціональних чисел.

Задача 3. Задано трикутник ABC з тупим кутом A . Через E та F позначимо точки перетину зовнішньої бісектриси кута A з висотами трикутника ABC проведеними через B та C відповідно. Нехай точки M та N належать відрізкам EC та FB відповідно так, що $\angle EMA = \angle BCA$ та $\angle ANF = \angle ABC$. Доведіть, що точки E, F, N, M лежать на одному колі.

Language: Ukrainian

Час виконання: 4 години 30 хвилин
Кожна задача оцінюється в 7 балів

Для того, щоб ця олімпіада була чесною та цікавою, будь ласка, в жодній формі не розголошуйте та не посилайтеся на ці задачі в інтернеті, соціальних мережах і т. ін. до 15:00 вівторка 13 квітня.