



Domingo 11 de abril de 2021

Problema 1. El número 2021 es *fantabuloso*. Si para algún entero positivo m , alguno de los elementos del conjunto $\{m, 2m + 1, 3m\}$ es fantabuloso, entonces todos los elementos de dicho conjunto son fantabulosos. ¿Esto implica que el número 2021^{2021} es fantabuloso?

Problema 2. Encuentre todas las funciones $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tales que la ecuación

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

se cumple para todos los números racionales x y y .

Nota: \mathbb{Q} denota el conjunto de todos los números racionales.

Problema 3. Sea ABC un triángulo con ángulo obtuso en A . Sean E y F las intersecciones de la bisectriz exterior del ángulo $\angle BAC$ con las alturas del triángulo ABC desde B y C , respectivamente. Sean M y N puntos en los segmentos EC y FB , respectivamente, tales que $\angle EMA = \angle BCA$ y $\angle ANF = \angle ABC$. Demuestre que los puntos E , F , M y N están sobre una misma circunferencia.