



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Slovak**

Day: **1**

Nedela, 11. apríla 2021

Úloha 1. Číslo 2021 je *bombastické*. Platí, že ak pre nejaké kladné celé číslo m je ľubovoľný prvok množiny $\{m, 2m + 1, 3m\}$ bombastický, tak potom sú všetky tieto prvky bombastické. Rozhodnite, či číslo 2021^{2021} je bombastické.

Úloha 2. Nájdite všetky funkcie $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ také, že rovnica

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

je splnená pre všetky racionálne čísla x a y .

Symbolom \mathbb{Q} označujeme množinu všetkých racionálnych čísel.

Úloha 3. Nech ABC je tupouhlý trojuholník s tupým uhlom pri vrchole A . Os vonkajšieho uhla pri vrchole A pretína výšky trojuholníka ABC vo vrcholoch B a C postupne v bodoch E a F . Nech M a N sú body ležiace postupne na úsečkách EC a FB také, že $|\angle EMA| = |\angle BCA|$ a $|\angle ANF| = |\angle ABC|$. Dokážte, že body E, F, N, M ležia na jednej kružnici.

Language: Slovak

Čas: 4 hodiny a 30 minút

Každá úloha je hodnotená najviac 7 bodmi.

Aby sme túto súťaž spravili spravodlivou a príjemnou pre všetkých, prosíme, nezmieňujte a neposkytujte referencie o úlohách na internete do utorka 13. apríla, 16:00.