



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Polish

Day: 1

niedziela, 11 kwietnia 2021 r.

Zadanie 1. Liczba 2021 jest *fantazyjna*. Ponadto dla dowolnej dodatniej liczby całkowitej m , jeśli pewien element zbioru $\{m, 2m+1, 3m\}$ jest fantazyjny, to wszystkie elementy tego zbioru są fantazyjne. Czy wynika stąd, że liczba 2021^{2021} jest fantazyjna?

Zadanie 2. Wyznaczyć wszystkie funkcje $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, dla których równość

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

zachodzi dla wszystkich liczb wymiernych x, y .

Tutaj \mathbb{Q} oznacza zbiór liczb wymiernych.

Zadanie 3. W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest rozwarty. Punkty E, F są punktami przecięcia dwusiecznej kąta zewnętrznego przy wierzchołku A z wysokościami trójkąta ABC opuszczonymi odpowiednio z wierzchołków B, C . Punkty M, N leżą odpowiednio na odcinkach EC, FB oraz spełniają $\sphericalangle EMA = \sphericalangle BCA, \sphericalangle ANF = \sphericalangle ABC$. Wykazać, że punkty E, F, N i M leżą na jednym okręgu.

Language: Polish

Czas pracy: 4 godziny i 30 minut
Za każde zadanie można otrzymać 7 punktów

Aby ten konkurs był sprawiedliwy i przyjemny dla wszystkich uczestniczek, nie udostępniaj nikomu treści zadań ani nie odnoś się do nich w internecie czy mediach społecznościowych do wtorku 13 kwietnia, do godz. 14:00.