



EGMO 2021  
GEORGIA  
KUTAISI

Language: Japanese

Day: 1

2021年4月11日(日曜日)

問題 1. 2021は素晴らしい数である. 正の整数 $m$ に対して集合 $\{m, 2m + 1, 3m\}$ のある要素が素晴らしいならばそのすべての要素も素晴らしい. このとき $2021^{2021}$ は素晴らしいか.

問題 2. 関数 $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ であって

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

が任意の有理数 $x, y$ に対して成立するものをすべて求めよ.  
ただし $\mathbb{Q}$ で有理数全体の集合を表す.

問題 3. 角 $A$ が鈍角であるような三角形 $ABC$ がある.  $B, C$ を通る $ABC$ の垂線と,  $A$ の外角の二等分線の交点をそれぞれ $E, F$ とおく. 点 $M, N$ をそれぞれ線分 $EC, FB$ 上にあり,  $\angle EMA = \angle BCA$ ,  $\angle ANF = \angle ABC$ をみたすような点とする. このとき4点 $E, F, N, M$ が同一円周上にあることを示せ.

Language: Japanese

時間: 4時間30分  
各問7点

このコンテストを全員にとって公平で楽しいものにするため, 4月13日(火曜日)の日本標準時19:00 (協定世界時12:00)まで問題についてインターネット・SNSで言及してはならない.