



EGMO 2021  
GEORGIA  
KUTAISI

Language: Italian

Day: 1

*Domenica 11 Aprile, 2021*

**Problema 1.** Il numero 2021 è *favoloso*. Se per qualche intero positivo  $m$  uno degli elementi dell'insieme  $\{m, 2m + 1, 3m\}$  è favoloso, allora sono tutti favolosi. Da questo segue che il numero  $2021^{2021}$  è favoloso?

**Problema 2.** Trovare tutte le funzioni  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$  per cui l'equazione

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

è soddisfatta per tutti i numeri razionali  $x$  e  $y$ .

*Qui,  $\mathbb{Q}$  indica l'insieme dei numeri razionali.*

**Problema 3.** Sia  $ABC$  un triangolo con un angolo ottuso in  $A$ . Siano  $E$  e  $F$  le intersezioni della bisettrice esterna dell'angolo  $A$  con le altezze del triangolo  $ABC$  uscenti rispettivamente da  $B$  e  $C$ . Siano  $M$  e  $N$  rispettivamente i punti sui segmenti  $EC$  e  $FB$ , tali che  $\angle EMA = \angle BCA$  e  $\angle ANF = \angle ABC$ . Dimostrare che i punti  $E, F, N, M$  giacciono su una circonferenza.

Language: Italiano

Tempo a disposizione: 4 ore e 30 minuti  
Ogni problema vale 7 punti

**Per rendere la gara equa e divertente per tutte, non parlare dei problemi su internet o sui social media fino a Giovedì 13 Aprile alle 14.00.**