



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Greek

Day: 1

Κυριακή, 11 Απριλίου, 2021

Πρόβλημα 1. Ο αριθμός 2021 είναι φανταστυπέροχος. Αν για κάποιον θετικό ακέραιο m , οποιοδήποτε από τα στοιχεία του συνόλου $\{m, 2m + 1, 3m\}$ είναι φανταστυπέροχο, τότε είναι όλα φανταστυπέροχα. Είναι ο αριθμός 2021^{2021} απαραίτητα φανταστυπέροχος;

Πρόβλημα 2. Να προσδιορίσετε όλες τις συναρτήσεις $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, τέτοιες ώστε να ισχύει η εξίσωση

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

για όλους τους ρητούς αριθμούς x και y .

Εδώ, το \mathbb{Q} συμβολίζει το σύνολο των ρητών αριθμών.

Πρόβλημα 3. Έστω τρίγωνο ABC με τη γωνία A να είναι αμβλεία. Έστω E και F οι τομές της εξωτερικής διχοτόμου της γωνίας A , με τα ύψη του τριγώνου ABC από τις κορυφές B και C αντίστοιχα. Έστω M και N τα σημεία στα ευθύγραμμα τμήματα EC και FB αντίστοιχα, τέτοια ώστε $\angle EMA = \angle BCA$ και $\angle ANF = \angle ABC$. Να αποδείξετε ότι τα σημεία E, F, N, M είναι ομοκυκλικά, δηλαδή ανήκουν πάνω στον ίδιο κύκλο.

Language: Greek

Διάρκεια: 4 ώρες και 30 λεπτά
Κάθε πρόβλημα βαθμολογείται 7 μονάδες

Για να καταστεί αυτός ο διαγωνισμός δίκαιος και ευχάριστος για όλους, παρακαλούμε μην συζητήσετε ή αναφέρετε τα προβλήματα στο διαδίκτυο ή σε κοινωνικά δίκτυα μέχρι την Τρίτη 13 Απριλίου, 15:00