



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Finnish**

Day: **1**

Sunnuntai, 11.4.2021

Tehtävä 1. Luku 2021 on *ihku*. Jos yksikään joukon $\{m, 2m + 1, 3m\}$ alkio on ihku, kun m on positiivinen kokonaisluku, niin ne kaikki ovat ihkuja. Seuraako tästä, että luku 2021^{2021} on ihku?

Tehtävä 2. Määritä kaikki funktiot $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, joilla yhtälö

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

pätee kaikilla rationaaliluvuilla x ja y .

Tässä \mathbb{Q} tarkoittaa rationaalilukujen joukkoa.

Tehtävä 3. Olkoon ABC kolmio, jossa on tylppä kulma A . Olkoot E ja F ne pisteet, joissa kulman A ulkokulman puolittaja leikkaa kolmion ABC kärkien B ja C kautta kulkevat korkeusjanat tai niiden jatkeet (tässä järjestyksessä). Olkoot M ja N sellaiset janojen EC ja FB pisteet (tässä järjestyksessä), että $\angle EMA = \angle BCA$ ja $\angle ANF = \angle ABC$. Osoita, että pisteet E, F, N, M ovat ympyrällä.

Language: Finnish

Aika: 4 tuntia ja 30 minuuttia
Jokainen tehtävä on 7 pisteen arvoinen

Jotta kilpailu olisi mukava ja reilu kaikille, älä mainitse tai viittaa mitenkään kilpailutehtäviin internetissä tai sosiaalisessa mediassa ennen kuin tiistaina 13.4. klo 15:00 (Suomen kesäaika).