



EGMO 2021  
GEORGIA  
KUTAISI

Language: Czech

Day: 1

neděle 11. dubna 2021

**Úloha 1.** Číslo 2021 je *bombastické*. Pokud je libovolné číslo z množiny  $\{m, 2m+1, 3m\}$  bombastické pro nějaké kladné celé číslo  $m$ , potom jsou všechna čísla z této množiny bombastická. Plyne z toho, že číslo  $2021^{2021}$  je bombastické?

**Úloha 2.** Najděte všechny funkce  $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$  takové, že rovnice

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

platí pro všechna racionální čísla  $x$  a  $y$ .

*Symbol  $\mathbb{Q}$  zde značí množinu všech racionálních čísel.*

**Úloha 3.** Nechť  $ABC$  je trojúhelník s tupým úhlem při vrcholu  $A$ . Nechť  $E$  a  $F$  jsou v tomto pořadí průsečíky osy vnějšího úhlu při vrcholu  $A$  s výškami trojúhelníku  $ABC$  procházejícími vrcholy  $B$  a  $C$ . Na úsečkách  $EC$  a  $FB$  zvolme postupně body  $M$  a  $N$  tak, aby  $|\sphericalangle EMA| = |\sphericalangle BCA|$  a  $|\sphericalangle ANF| = |\sphericalangle ABC|$ . Dokažte, že body  $E, F, N, M$  leží na jedné kružnici.

Language: Czech

Čas: 4 hodiny a 30 minut  
Za každou úlohu lze získat až 7 bodů

**Aby soutěž byla regulérní a příjemná pro všechny soutěžící, nezmiňujte prosím úlohy a nediskutujte o nich na internetu a sociálních sítích do úterý 13. dubna, 14:00 hodin.**