



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: Croatian

Day: 1

nedjelja, 11. travnja 2021.

1. zadatak. Broj 2021 je *fantastičan*. Za bilo koji prirodni broj m , ako je bilo koji element skupa $\{m, 2m + 1, 3m\}$ fantastičan, onda su svi elementi fantastični. Slijedi li iz toga da je broj 2021^{2021} fantastičan?

2. zadatak. Odredi sve funkcije $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ takve da jednakost

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

vrijedi za sve racionalne brojeve x i y .

Ovdje \mathbb{Q} označava skup svih racionalnih brojeva.

3. zadatak. Neka je ABC trokut s tupim kutom u vrhu A . Neka su E i F sjecišta vanjske simetrale kuta u vrhu A s visinama trokuta ABC iz vrhova B i C redom. Neka su M i N redom točke na dužinama \overline{EC} i \overline{FB} takve da je $\sphericalangle EMA = \sphericalangle BCA$ i $\sphericalangle ANF = \sphericalangle ABC$. Dokaži da točke E , F , N i M leže na istoj kružnici.

Language: Croatian

Vrijeme pisanja: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova

Kako bi natjecanje bilo pošteno i ugodno za sve, molimo da ne spominjete i ne komentirate zadatke na internetu i na društvenim mrežama do utorka 13. travnja 2021. u 14:00.