



EGMO 2021
GEORGIA
KUTAISI

Language: **Bulgarian**

Day: **1**

Неделя, 11 Април, 2021

Задача 1. Числото 2021 ще наричаме фантастично. Ако за някое естествено число m в множеството $\{m, 2m + 1, 3m\}$ има фантастично число, то тогава и всяко едно от останалите числа също ще наричаме фантастично. Следва ли, че числото 2021^{2021} е фантастично?

Задача 2. Намерете всички функции $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, такива че равенството

$$f(xf(x) + y) = f(y) + x^2$$

е изпълнено за всички рационални числа x и y .

Тук с \mathbb{Q} е означено множеството на рационалните числа.

Задача 3. Нека ABC е триъгълник с тъп ъгъл при върха A . Нека E и F са пресечните точки на външната ъглополовяща при върха A с височините на ABC през върховете B и C съответно. Нека M и N са точки от отсечките EC и FB съответно, такива че $\angle EMA = \angle BCA$ и $\angle ANF = \angle ABC$. Докажете, че точките E, F, N, M лежат на една окръжност.

Language: Bulgarian

Време за работа: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки

С цел да се запази честността на състезанието, моля не обсъждайте публично и не разпространявайте задачите онлайн или чрез социалните мрежи до 15:00 часа във вторник, 13 април.