

Language: Farsi

EGMO 2013

Day: 2

پنج شنبه، ۲۲ فروردین ۱۳۹۲

مساله ی ۴: تمامی اعداد صحیح مثبت  $a$  و  $b$  را بیابید که به ازای آن ها سه عدد صحیح متوالی وجود دارند که چند جمله ای  $P(n) = \frac{n^5+a}{b}$  در آن سه عدد، مقادیر صحیح می گیرد.

مساله ی ۵:  $\Omega$  را دایره ی محیطی مثلث  $ABC$  در نظر بگیرید. دایره ی  $\omega$  مماس بر اضلاع  $AC$  و  $BC$  و مماس داخلی بر دایره ی  $\Omega$  در نقطه ی  $P$  است. خطی موازی با  $AB$  و گذرا از درون مثلث  $ABC$  بر  $\omega$  در نقطه ی  $Q$  مماس است.

ثابت کنید:  $\angle ACP = \angle QCB$  .

مساله ی ۶: سفید برفی و هفت کوتوله در خانه شان در جنگل زندگی می کنند. در هر روز از ۱۶ روز متوالی، بعضی از کوتوله ها در معدن الماس کار کردند در حالی که بقیه ی کوتوله ها به جمع آوری توت ها در جنگل پرداختند. هیچ کوتوله ای هر دو نوع کار را در یک روز انجام نداد. در هر دو روز مختلف (نه لزوماً متوالی) حداقل سه کوتوله بودند که هر کدام، هر دو نوع کار را انجام دادند. به علاوه، در روز اول، هر هفت کوتوله در معدن الماس کار کردند.

ثابت کنید در یکی از این ۱۶ روز، هر هفت کوتوله در حال جمع آوری توت ها بودند.

Language: Farsi

زمان: ۴ ساعت و ۳۰ دقیقه

هر مساله ۷ امتیاز ارزش دارد.